



# Estudio del Desgaste Ondulatorio de una vía con mantas resilientes bajo placa de hormigón mediante el análisis de su comportamiento vibratorio

# Study of the Rail Corrugation in a track with elastic material under concrete plate through the analysis of its vibratory behavior

Carla García Román

Departamento de Ingeniería e Infraestructura de los Transportes , Universidad Politécnica de Valencia

#### Resumen

#### Abstract

El desgaste ondulatorio es una patología que aparece en casi todas las vías férreas, provocando un progresivo desgaste en la cabeza del carril que conlleva un incremento de los costes de mantenimiento de la vía. La forma más común de enfrentarse a dicho desgaste es el uso de medidas correctivas (amolado). Sin embargo, en el presente estudio se pretende estudiar la aplicación de una medida preventiva que impida su aparición. Para ello, se ha analizado la influencia de mantas resilientes colocadas bajo placa de hormigón en el comportamiento vibratorio de una vía mediante modelización matemática. Los resultados muestran una reducción de la amplitud de las vibraciones y una modificación de sus frecuencias.

Palabras clave: Desgaste ondulatorio; Mantas resilientes; Simulink; Espectro de frecuencia.

Rail corrugation is a pathology that appears in almost all railroads, causing a progressive corrugation at the head of the rail that leads to an increase of costs for track maintenance. The most common way to deal it is the use of corrective measures (grinding). However, in the present study aims to investigate the implementation of a preventive measure to prevent its appearance. To do this, it has analyzed the influence of elastic material placed under concrete plate in the vibratory behavior of a track through mathematical modeling. The results show a reduction in the amplitude of the vibration and a modification of their frequencies.

keywords: Rail corrugation; Elastic material; Simulink;Frequency spectrum.

## 1. Introducción

El estudio de las vibraciones producidas por la explotación ferroviaria es un tema de continuo análisis, pues no sólo suponen un impacto negativo frente al confort vibratorio del viajero, sino también un impacto estructural que provoca un progresivo desgaste en la cabeza del carril dando lugar al fenómeno conocido como desgaste ondulatorio.

El desgaste ondulatorio de las vías es una patología que aparece de un modo u otro (incluso diversas manifestaciones a la vez) en casi todas las vías férreas existentes. Este motivo ha llevado a que sea uno de los fenómenos de desgaste más estudiados desde hace más de cien años, aunque todavía actualmente, parezca no tener solución.

Hasta el momento, la forma más común de enfrentarse al desgaste ondulatorio era el uso de medidas correctivas, entre las que destaca el amolado de la cabeza del carril una vez ha experimentado el desgaste. Sin embargo, frente a estas medidas correctivas cabe la posibilidad de aplicar ciertas medidas preventivas que impidan la aparición de dicho desgaste en el carril.

Esta alternativa no convencional de tratamiento del desgaste ondulatorio pretende no sólo suponer una solución al desgaste estructural propiamente producido, sino también, incidir en la parte económica de la explotación ferroviaria suponiendo una reducción de los costes de mantenimiento.

La motivación de encontrar una medida preventiva supone una profunda y extensa investigación de lo que ha sido a lo largo de los años el desarrollo de este fenómeno. De forma generalizada, se acepta que el desgaste ondulatorio sea identificable visualmente y tenga unas características ondulatorias relativamente constantes (López Pita, 2006), por lo que es habitual clasificar el fenómeno basándose en el concepto de longitud de onda. Al respecto, la Dirección Técnica de Renfe (N. R. V. 7-5-2.1, 1993) distingue entre un desgaste de onda muy corta (3-6 cm), onda corta (6-25 cm), onda media (30-60 cm) y onda larga (>60 cm), tratando de analizar las consecuencias que la aparición de un tipo u otro de desgaste suponen sobre el deterioro estructural de la vía.

De este modo, se ha establecido que el desgaste ondulatorio supone la aparición de una serie de defectos en el carril que limitan su vida útil, poniendo en riesgo la salud humana a largo plazo, lo cual implica un fuerte impacto desde el punto de vista económico, pues por una parte incrementa los costes de mantenimiento hasta en un 30% y por otra parte, supone una importante pérdida en la explotación ferroviaria debido a la necesidad de reemplazar de forma prematura aquellos elementos de la vía con un elevado coste. Un estudio reciente declara que en Europa se gastan unos 60 millones de euros al año en tratamientos paliativos contra dicho desgaste y que, de forma orientativa, el coste porcentual sobre el total de los costes de conservación de la vía del reemplazo de carriles puede suponer del orden del 25%; y de las traviesas, sujeciones y balasto, el 30% aproximadamente (Informe Comisión Europea de Ferrocarriles, 2010).

De esta necesidad de enfrentarse al desgaste ondulatorio sin que ello implique costosas técnicas que no lo desvanecen, sino que lo camuflan por un periodo de tiempo determinado, surgen numerosas líneas de investigación en busca de tratamientos preventivos que se centran en eliminar o cambiar las frecuencias dinámicas naturales de la vía o el vehículo para evitar el mecanismo de fijación de la longitud de onda (S. Grassie, 1993), modificar las condiciones geométricas de la rodadura (J. Sadeghi, B. Akbari, 2006), mejorar la resistencia de los elementos afectados por el desgaste ondulatorio centrándose principalmente en tratamientos térmicos del acero por ser el material de contacto (J. Cardona et al., 2008) u optimizar la fricción de contacto entre rueda-carril para disminuir las fuerzas de contacto (R. Clark et al., 1982).

De todas estas líneas de investigación, este artículo se centra en analizar el comportamiento del carril frente al desgaste ondulatorio que experimenta al cambiar las frecuencias dinámicas naturales de la vía, mediante la colocación de mantas resilientes bajo placa de hormigón. Para ello, en primera instancia se detallará el modelo matemático que define el fenómeno vibratorio debido al paso de un tranvía sobre el conjunto de una vía en placa. A continuación, se calibra y valida el modelo por comparación de resultados con los datos experimentales obtenidos a partir de un muestreo de aceleraciones en diversos puntos del tramo de vía objeto de estudio. Posteriormente, se estudia el comportamiento del modelo frente a excitaciones senoidales que simulen las frecuencias de vibración propias de un tranvía para analizar la influencia de las mantas resilientes según sus características elásticas. Finalmente, se presentan los resultados obtenidos para exponer las conclusiones derivadas del presente estudio.

## 2. Estudio del desgaste ondulatorio mediante modelado matemático

El estudio se enmarca dentro de una explotación ferroviaria de ámbito urbano, en un tramo en el que hay colocadas, bajo la placa de hormigón, mantas resilientes con distintas propiedades elásticas.

Las mantas resilientes son compuestos de fibras minerales y productos bituminosos, con ciertas propiedades elásticas que permiten el aislamiento de la vibración.



Fig. 1. Mantas resilientes en el ámbito ferroviario.

# 2.1. Descripción de los datos sobre los que se trabaja

El tramo evaluado pertenece a la línea 4 del tranvía de Valencia, la cual cuenta con una longitud de 15,921 km y 33 estaciones a lo largo de su recorrido. Presta servicio a más de 6 millones de pasajeros anualmente y pretende ampliar su accesibilidad en un futuro. Concretamente, el tramo de estudio se encuentra ubicado entre las paradas de Vicent Andrés Estellés y TVV, con una longitud inferior a 1 km.

Este tramo cuenta con un ancho de vía de 1000 mm (el unificado de FGV) y se encuentra localizado entre el PK 0+220 y 0+320, donde las estaciones consideradas son tramos de vía en placa.

El carril sobre el que se trabaja es de tipo garganta (Phoenix) Ri60, soldado en Barra Larga Soldada, con una anchura de cabeza igual a 113 mm, una anchura de patín igual a 180 mm y una altura de 180 mm. Sus principales características mecánicas y geométricas son:

	Phoenix Ri60
Masa	60,59 kg/m
Área	77,19 cm <sup>2</sup>
Momento de inercia	3352,9 cm <sup>4</sup>

Tabla 1. Principales características mecánicas y geométricas del carril de garganta Ri60

La placa de hormigón existente en el tramo, con dimensiones de 1,25x0,2 m, posee una resistencia característica de proyecto de 20 MPa y una densidad de 25 KN/m<sup>3</sup>.

En cuanto a los materiales elásticos intervinientes, destacar la placa de asiento, cuyas características elásticas dependen del tipo de fabricante, siendo su rigidez de  $15 \cdot 10^7$  N/m y su amortiguamiento viscoso de  $19 \cdot 10^3$  Ns/m; y las mantas resilientes existentes bajo placa de hormigón, que son de dos tipos: de espuma de poliuretano (cuyo fabricante es CDM) y de resina de caucho (fabricadas por SYLOMER). Estas mantas poseen unas dimensiones medias de 2x2,5 m y unas características elásticas confidenciales a petición de los fabricantes.

Por la línea 4 del tranvía de Valencia circulan dos tipos de tranvías diferentes: el modelo Siemens-Düwag UT-3800 y el Bombardier Flexity Outlook; cuyas características principales quedan recogidas en la siguiente tabla:

Tabla 2. Principales características de los tranvías que circulan por la línea 4 del tranvía de Valencia

Características	Siemens Düwag UT-3800	Bombardier Flexity Outlook
Velocidad comercial	18 km/h	18 km/h
Velocidad máxima	50-30-10 km/h	50-30-10 km/h
Longitud	23,78 m	23,78 m
Puertas	4 dobles lateral derecho	4 dobles y 2 sencillas
Capacidad	153 viajeros	200 viajeros

Finalmente, para la toma de datos la instrumentación utilizada ha sido un martillo instrumentado PCB (modelo 086D50), encargado de transmitir una excitación inicial a la vía; una serie de acelerómetros PCB (modelo 393B05) colocados en distintos puntos con un rango de frecuencia entre 0,7-450 Hz, una resolución de 4e-5 m/s<sup>2</sup> y masa de 50 g; y un analizador dinámico portátil Photon de Dactron Inc., cuya frecuencia de muestreo ha sido de 375 Hz.

## 2.2 Descripción del modelo que representa el paquete de vía

Para el análisis dinámico de la interacción vía-vehículo, se ha optado por modelizar el paquete de vía como un sistema oscilante formado por un conjunto de masas rígidas ( $m_i$ ), unidas entre sí por un conjunto de muelles y amortiguadores caracterizados, respectivamente, por sus constantes elásticas ( $k_j$ ) y sus coeficientes de amortiguamiento ( $c_k$ ). En particular, se ha optado por un modelo dinámico de dos masas en el que la masa superior representa el carril apoyado sobre una placa de asiento modelizada mediante un muelle vertical acoplado a un amortiguador viscoso; y la masa inferior, la placa de hormigón apoyada sobre una manta resiliente modelizada mediante un muelle vertical acoplado a un amortiguador viscoso; y la masa inferior, la placa de normigón apoyada sobre una manta resiliente modelizada mediante un muelle vertical acoplado a un amortiguador viscoso; y la masa inferior, la placa de normigón apoyada sobre una manta resiliente modelizada mediante un muelle vertical acoplado a un amortiguador viscoso; y la masa inferior, la placa de normigón apoyada sobre una manta resiliente modelizada mediante un muelle vertical acoplado a un amortiguador viscoso.

Fig. 2. Esquematización del modelo de 2 GDL utilizado.



Además, se ha tenido en cuenta una serie de hipótesis iniciales que permiten realizar simplificaciones en cuanto al cálculo se refiere y que han consistido en considerar el carril y la placa de hormigón como sólidos rígidos, ya que la existencia de los elementos elásticos considerados lleva a que su contribución elástica en el modelo sea irrelevante; y el terreno de apoyo infinitamente rígido y con desplazamiento despreciable frente a las vibraciones que experimenta el paquete de vía.

Tras las hipótesis planteadas y aplicando el segundo principio de la dinámica, se obtienen las ecuaciones que rigen el comportamiento vibratorio de la superestructura ferroviaria planteada:

- Comportamiento del carril (m<sub>2</sub>):

$$F(t) = m_2 * \ddot{x}_2 + c_2 * (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 * (x_2 - x_1)$$
(1)

- Comportamiento de la placa de hormigón (m<sub>1</sub>):

$$0 = m_1 * \ddot{x}_1 + k_1(x_1 - x_0) + c_1 * (\dot{x}_1 - \dot{x}_0) + k_2 * (x_1 - x_2) + c_2 * (\dot{x}_1 - \dot{x}_2)$$
(2)

La interacción vía-vehículo no es sino un modelo de interacción entre una carga y una estructura mecánica, estando representada la primera por el paso del tranvía sobre la vía; y siendo la estructura el propio paquete de vía.

Para la evaluación de la respuesta dinámica de un vehículo frente a irregularidades en la interfaz rueda-carril, se utilizan modelos de Función de Transferencia, que permiten predecir la respuesta de un sistema conocidas las excitaciones a las que éste se ve sometido. Así, variables como las aceleraciones (variables respuesta del sistema o "outputs" del modelo) están relacionadas con fuerzas ejercidas sobre la vía al paso del vehículo ferroviario (excitaciones del sistema o "inputs" del modelo) a través de cierta Función de Transferencia, H(s), expresada en función de la frecuencia.

Como en ocasiones, la Función de Transferencia puede resultar compleja de calcular, por la cantidad de parámetros intervinientes, otra manera de obtener las mismas conclusiones es mediante la representación Estado-Espacio, que se define como el espacio donde los sucesivos vectores de estado describen la evolución del sistema como función del tiempo.

De manera que, operando las ecuaciones que rigen el comportamiento del paquete de vía y considerando las hipótesis planteadas, se obtienen las ecuaciones de Estado-Espacio:

$$\ddot{x}_{2} = \frac{k_{2}}{m_{2}} * x_{1} - \frac{k_{2}}{m_{2}} * x_{2} + \frac{c_{2}}{m_{2}} * \dot{x}_{1} - \frac{c_{2}}{m_{2}} * \dot{x}_{2} + \frac{F(t)}{m_{2}}$$
(3)

$$\ddot{x}_{1} = -\frac{k_{1}}{m_{1}} * x_{1} - \frac{k_{2}}{m_{1}} * x_{1} + \frac{k_{2}}{m_{1}} * x_{2} - \frac{c_{2}}{m_{1}} * \dot{x}_{1} - \frac{c_{1}}{m_{1}} * \dot{x}_{1} + \frac{c_{2}}{m_{1}} * \dot{x}_{2}$$
(4)

Así, con la modelización planteada, se podrá calcular el desplazamiento de cada uno de los componentes de la vía que intervienen en el modelo planteado y su velocidad. No obstante, en el análisis objeto de estudio, lo realmente interesante es la amplitud de la aceleración y la frecuencia de vibración.

Para el cálculo de la ampliud la herramienta empleada es Simulink, una aplicación de Matlab que permite desarrollar un modelo a partir de las ecuaciones que rigen su comportamiento. Para ello,

requiere unos parámetros de entrada (F(t) que es la excitación de la vía; y los valores característicos de los parámetros que intervienen en las ecuaciones) y devuelve información de salida, que en este caso se ha programado para que sean las aceleraciones de las masas del modelo (carril y placa de hormigón).



Fig. 3. Esquema del modelo de 2 GDL mediante un diagrama de bloques implementado en Simulink.

En cuanto a la frecuencia, se puede determinar mediante el cálculo de la Transformada Rápida de Fourier (FFT, Fast Fourier Transform). Esta herramienta permite determinar la señal vibratoria en frecuencia (espectro de frecuencias) a partir de los valores de la señal en tiempo. Para ello, se implementó un algoritmo en Matlab a partir del comando "fft", que permite obtener gráficos amplitud de aceleración-frecuencia.

La función X = fft(x) implementada en Matlab se calcular a partir de las siguientes ecuaciones:

$$X(k) = \sum_{j=1}^{N} \left( x(j) \omega_{N}^{(j-1)(k-1)} \right)$$
(5)

$$x(j) = (1/N) \sum_{k=1}^{N} \left( X(k) \omega_{N}^{-(j-1)(k-1)} \right)$$
(6)

$$\omega_N = e^{(-2\pi i)/N} \tag{7}$$

donde N es la longitud del vector x.

#### 2.3. Calibración y validación del modelo

Representado el modelo en Simulink, se introduce el valor de los parámetros que intervienen. En primer lugar, se da valor a las masas que son información conocida. Por una parte, de la ficha técnica del carril se sabe que m<sub>2</sub>=60,59 Kg/m; y por otra parte, siendo conocida la densidad del hormigón (2500 kg/m<sup>3</sup>) y las dimensiones de la placa de hormigón (1,25x0,2m), se conoce que m<sub>1</sub>=625 kg/m.

En cuanto a los valores utilizados para la rigidez de los materiales elásticos, ha sido necesaria una calibración dentro de un rango válido existente proporcionado por los fabricantes y una posterior validación del error cometido a partir de los datos experimentales de los que se disponía.

Para el cálculo del amortiguamiento, se ha utilizado el coeficiente de amortiguamiento relativo calculado como el 10% del valor del amortiguamiento crítico que, a su vez, es función de la rigidez y la masa del elemento considerado.

, U	2 0	1
Rigidez y amortiguamiento	k <sub>i</sub>	¢i
Placa de asiento	k <sub>2</sub> =15e7 N/m	c <sub>2</sub> =19049,41N*s/m
Velocidad máxima	k <sub>1</sub> =9e6 N/m	c1=15000N*s/m

Tabla 3. Valores de las masas, rigidez y amortiguamiento del modelo implementado

Así, introducidos en el modelo estos valores, se obtuvo como resultado un vector de aceleraciones en la placa de hormigón (lugar donde se encontraban colocados los acelerómetros durante el muestreo in situ) al que le fue aplicado el algoritmo de la FFT para obtener el espectro de frecuencias y poder analizar la respuesta del modelo a través de un gráfico amplitud aceleración-frecuencia y compararlo con los datos experimentales de partida para comprobar la validez del modelo.



**Fig. 4.** Representación en frecuencia de la amplitud de vibración de una excitación sobre la vía provocada por un martillo (datos experimentales,"a") y una excitación unitaria (simulación,"b").

A la vista de las gráficas se concluye que el comportamiento del modelo se parece al correspondiente al tramo de vía en el que se encuentra una manta mezcla de caucho y geotextil, del fabricante CDM, con un error asumible. Por tanto, se da el modelo por validado y se considera aceptable para realizar el análisis al respecto del desgaste ondulatorio.

## 3. Análisis de resultados

Con el modelo apto para reproducir de una manera aceptable el comportamiento de la vía al contacto rueda-carril, se realiza un análisis de los modos de vibración del paquete de vía una vez excitada por una señal que refleje las frecuencias propias de paso de un tranvía. Para ello, el cambio realizado en el modelo es la sustitución de la fuente excitadora por un sumatorio de senoides que representen las frecuencias propias de paso de un tranvía, obtenidas aplicando la FFT a los datos de tiempo-aceleración correspondientes a un día de medición sobre los tranvías que circularon por el tramo de vía. Reuniendo el valor de los picos de amplitud y sus correspondientes frecuencias, se ordenan en una tabla y se introducen en la fuente excitadora del modelo:



Fig. 5. Esquema del modelo de 2 GDL mediante un diagrama de bloques implementado en Simulink con suma de senoides como fuente excitadora.

### 3.1. Análisis de una vía sin manta

Si se analiza el espectro de frecuencias de una vía que no dispone de manta resiliente bajo la placa de hormigón al paso de un tranvía cuya velocidad de circulación sea de 15km/h el resultado es:



Fig. 6. Representación en frecuencia de la amplitud de vibración del modelo sin manta resiliente en la cabeza del carril.

Para el análisis del Desgaste Ondulatorio, se recurre al concepto de longitud de onda característica calculada en función de la velocidad de circulación del tranvía v y la frecuencia f detectada:

$$\lambda = \frac{v}{f} \tag{8}$$

Resumiendo el gráfico anterior y calculando la longitud de onda correspondiente a cada frecuencia característica, se concluye que el rango de frecuencias en el que se detecta una mayor amplitud de vibración es 3,48-6,42 cm, lo cual, según la clasificación del Desgaste Ondulatorio realizada por la Dirección Técnica de Renfe, se corresponde con un desgaste de onda corta y muy corta.

### 3.2. Análisis de una vía con manta

Si se analiza una vía con características análogas pero en la que se ha colocado un determinado tipo de manta resiliente bajo la placa de hormigón, frente al paso del mismo tranvía circulando a 15 km/h, se obtiene la siguiente gráfica:



Fig. 7. Representación en frecuencia de la amplitud de vibración del modelo con manta resiliente de rigidez 9 MN/m en la cabeza del carril.

En este caso, el rango de frecuencias en el que se producen los picos de amplitud de las vibraciones es más amplio, dando lugar a un intervalo de longitud de onda comprendido entre 3,21-20,85 cm, lo cual implica, nuevamente, un desgaste ondulatorio de onda corta y muy corta.

Para tener en cuenta el efecto de las características elásticas de la manta, se disminuye la rigidez de la misma de 9 MN/m a 5 MN/m, obteniendo un resultado en frecuencia de la amplitud de vibración del modelo en la cabeza del carril resumido por el siguiente gráfico:



**Fig. 8.** Representación en frecuencia de la amplitud de vibración del modelo con manta resiliente de rigidez 5 MN/m en la cabeza del carril.

En este caso, las amplitudes máximas se corresponden con un rango de frecuencia entre 90 y 130 Hz lo cual equivale a una longitud de onda entre 4,6-3,2 cm, que representa un desgaste ondulatorio de onda muy corta.

Por otra parte, si se aumenta la rigidez de la manta de 9 MN/m a 25 MN/m, que todavía se considera un valor de rigidez aceptable para el fabricante considerado, la respuesta del modelo es:



Fig. 9. Representación en frecuencia de la amplitud de vibración del modelo con manta resiliente de rigidez 25 MN/m en la cabeza del carril.

Se obtienen unos resultados que no difieren mucho de los anteriores desde el punto de vista del desgaste ondulatorio, pues el rango de frecuencias en el que se alcanzan las mayores amplitudes coincide con el anterior, 90-130 Hz, y por tanto, el desgaste ondulatorio producido es nuevamente de onda muy corta.

De esta manera, y a la vista de los resultados, la única diferencia que se observa tras la variación de las características elásticas de la manta es que cuanto mayor es su rigidez, mayores son las amplitudes de vibración alcanzadas.

#### 3.3. Comparación de resultados

Tras la comparación de las gráficas en frecuencia pertenecientes al comportamiento de modelo con y sin manta resiliente bajo placa de hormigón, se puede destacar que la presencia de la manta disminuye o amortigua las vibraciones que se producen con el paso del tranvía, pues consigue disminuir la amplitud de vibración máxima de la vía sin manta hasta un 87%.



Fig. 10. Representación comparativa en frecuencia de la amplitud de vibración del modelo con manta (a) y sin ella (b) en la cabeza del carril.

Sin embargo, en referencia al desgaste ondulatorio, la presencia de la manta no consigue evitarlo sino sólo modificar las características del mismo en función de la rigidez de la manta existente.

## 4. Conclusiones

En este artículo se ha mostrado el comportamiento vibratorio de una vía en placa como consecuencia de la interacción rueda-carril, a través de un modelo que permite evaluar, de un modo satisfactorio, la señal vibratoria en función del tiempo mediante la FFT, obteniendo una respuesta en frecuencia (espectro de frecuencias) que permite estudiar el desgaste ondulatorio producido.

Se ha demostrado que la colocación de mantas resilientes bajo placa de hormigón reduce, de forma significativa, la amplitud de las vibraciones experimentadas por la misma vía sin mantas y además, que desde el punto de vista del desgaste ondulatorio experimentado por la cabeza del carril, la existencia de mantas no consigue eliminar el fenómeno, sino modificarlo en función de las características elásticas de la manta resiliente.

A fin de continuar con una línea de investigación que permita encontrar una medida preventiva contra el desgaste ondulatorio e implique una reducción de los costes de mantenimiento de la vía, conviene realizar un estudio de las partes del vehículo ferroviario que tienen una mayor incidencia en la aparición del desgaste y analizar la forma de intervenirlas con la finalidad de paliar las consecuencias de deterioro estructural de dicho desgaste.

### Referencias

[1] López Pita, A. (2006). Infraestructuras Ferroviarias. Universidad Politécnica de Catalunya.

[2] Sadeghi, J.; Akbari, B. (2006). Field investigation on effects of railway track geometric parameters on rail wear. *Jzus*.

[3] Cardona, J.; Orta, J.; Romeu, J. (2008). Influencia de la rugosidad del carril en la generación de vibraciones en infraestructuras ferroviarias. *Acústica*.

[4] Grassie, S.; Kalousek, J. (1993). Rail corrugation: Characteristics, causes and treatments. *Instn. Mechanical Engineering*.

[5] Grassie, S.; Kalousek, J. (2004). Rail corrugation: Advances in measurement, understanding and treatment. *Wear*.

[6] Clark, R. A.; Dean, P. A.; Elkins, J.; Newton, S. G. (1982). An investigation into de dynamic effects of railway vehicles running on corrugated rails. *Journal Mechanical Engineering Science*.

[7] Mantenimiento de Infraestructuras Renfe N.R.V. 7-5-2.1 (1993). Conservación de la vía. Amolado de las superficies activas del carril en vía. *Dirección Técnica/Jefatura de vía*.

[8] Comisión Europea de Ferrocarriles (2011). Informe económico y de actividad 2010. Madrid.

[9] García, C. (2012). Estudio del Desgaste Ondulatorio mediante la modelización analítica de las vibraciones experimentadas por el paquete de vía y aplicación de mantas resilientes bajo placa de hormigón como elemento de prevención. Aplicación a la línea 4 del tranvía de Valencia. *Proyecto Fin de Carrera. Universidad Politécnica de Valencia.*